



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 16–20, 24–26).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня:  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

## Часть 1

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .
- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиусом  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиусом  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

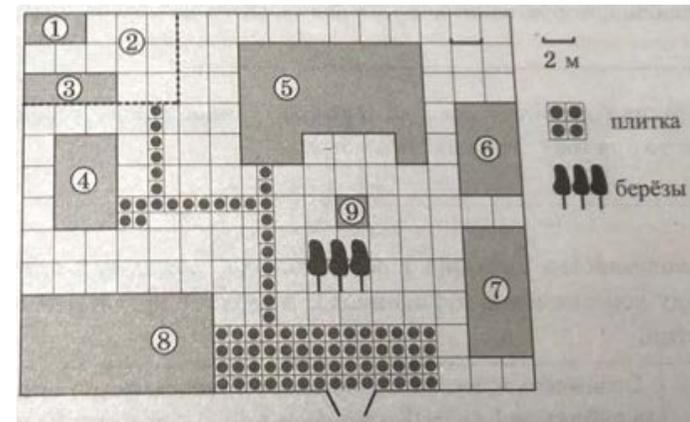
$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиусом  $R$ :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева – курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами – небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) – компостная яма. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.



- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	коровник	компостная яма	баня	пруд	фонтан
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь, которую занимает огород (считая компостную яму и теплицу). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите расстояние от бани до жилого дома (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	335	5200	7800
2	340	4500	6500
3	400	бесплатно	бесплатно

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Какому из данных промежутков принадлежит число  $\frac{2}{9}$ ?

- 1) [0,1; 0,2]
- 2) [0,2; 0,3]
- 3) [0,3; 0,4]
- 4) [0,4; 0,5]

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{2^{-7}} \cdot \frac{1}{2^9}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения

$$(x - 5)^2 = (x - 8)^2$$

Ответ: \_\_\_\_\_.





**10** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**

А)

Б)

В)

**ФОРМУЛЫ**

1)  $y = 2x$                       2)  $y = x + 2$                       3)  $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**12** Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

-84; 42; -21; ...

Найдите её пятый член.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения

$$\frac{8}{x} - \frac{9}{5x}$$

при  $x = 0,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м}/\text{с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  – угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $4 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $48 \text{ м}/\text{с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

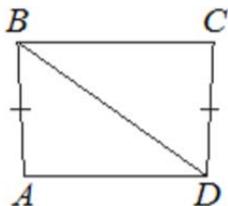
Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

- 1)  $x^2 - 56 > 0$
- 2)  $x^2 + 56 > 0$
- 3)  $x^2 - 56 < 0$
- 4)  $x^2 + 56 < 0$

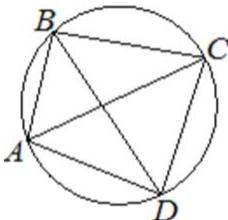
Ответ:

- 16** В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AB = CD$ ,  $\angle BDA = 35^\circ$  и  $\angle BDC = 58^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



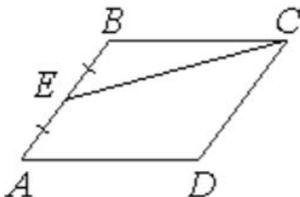
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $39^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $55^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



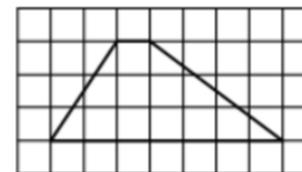
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 180. Точка  $E$  – середина стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $DAEC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
- 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна  $180$  градусам.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*



## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48.$$

22 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

23 Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

24 Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $BH$ , если  $PK = 15$ .

25 На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.

26 В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

## О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballo> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

## Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-88725006\\_39482354](https://vk.com/topic-88725006_39482354)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

## СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	9-й год готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал 96 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) <a href="#">14 учеников</a> набрали 90-99 баллов на ЕГЭ 2019 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a> <a href="https://instagram.com/shkola_pifagora">https://instagram.com/shkola_pifagora</a>



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	71649		
2	11		
3	60		
4	2		
5	33200		
6	17,5		
7	2		
8	0,25		
9	6,5		
10	0,35		
11	213		
12	-5,25		
13	15,5		
14	3		
15	4		
16	52		
17	94		
18	135		
19	4		
20	13		
21	-4; -3; 4		
22	18		
23	-1; 1		
24	15		
25	■		
26	$3\sqrt{13}; 6\sqrt{13}; 9\sqrt{5}$		

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**21** Решите уравнение  $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$ . 750F66

$$x^2 \cdot (x+3) = 16 \cdot (x+3)$$

$$x^2 \cdot (x+3) - 16 \cdot (x+3) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x^2 - 16) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x-4) \cdot (x+4) = 0$$

$x = -3$  или  $x = 4$  или  $x = -4$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**ОТВЕТ:**  $\pm 4; -3$

**22** Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. 930157

$t_{\text{по течения}} - t_{\text{против течения}} = 2$   
 $\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$   
 $\frac{77x + 77 \cdot 4 - 77x + 77 \cdot 4}{x^2 - 16} = 2$   
 $\frac{77 \cdot 8}{x^2 - 16} = \frac{2}{1} \quad | : 2$   
 $\frac{x^2 - 16 = 308}{x^2 = 324}$   
 $x = 18$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**ОТВЕТ:** 18



23

Постройте график функции  
 $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ .  
 Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

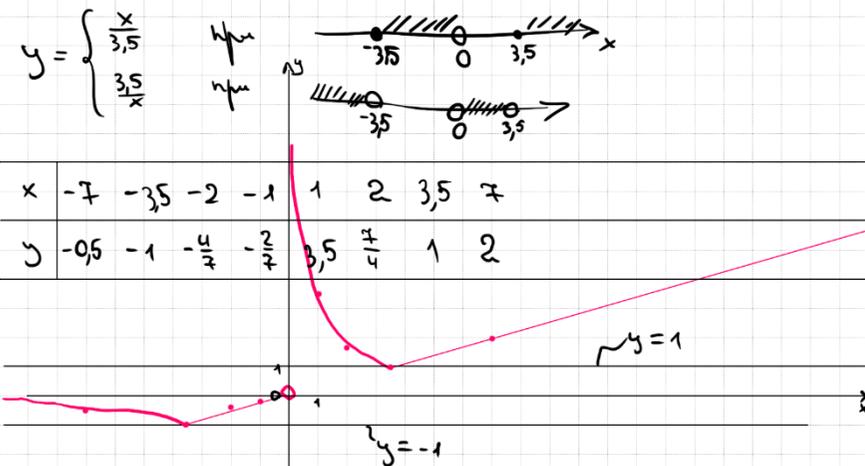
Раскроем модуль:

①  $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \geq 0$   
 $\frac{x^2 - 3,5^2}{3,5x} \geq 0$   
 $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} \geq 0$   
 $x^2 - 12,25 \geq 0$   
 $(x - 3,5)(x + 3,5) \geq 0$   
 $x \in (-\infty; -3,5] \cup [3,5; +\infty)$

②  $\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} < 0$   
 $\frac{x^2 - 3,5^2}{3,5x} < 0$   
 $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} < 0$   
 $x \in (-3,5; 3,5)$

Тогда  
 $y = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right) = \frac{x}{3,5}$   
 $y = \frac{2}{7}x$

Тогда  
 $y = \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right) = \frac{3,5}{x}$   
 $y = \frac{7}{2x}$

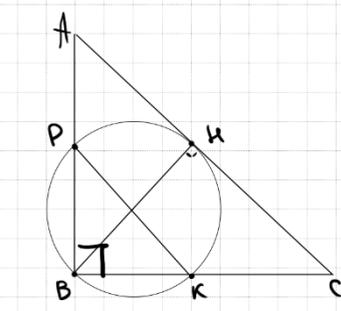


ОТВЕТ:  $\pm 1$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Точка  $H$  является основанием высоты  $BH$ , проведённой из вершины прямого угла  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $BH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $BH$ , если  $PK = 15$ .



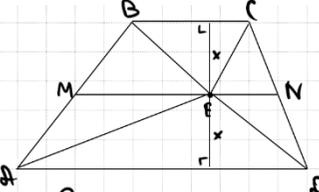
$\angle PBK = 90^\circ$  и он вписанный  
 $\Rightarrow \text{дуг } PK = 180^\circ$   
 $\Rightarrow PK - \text{диаметр}$   
 $\Rightarrow PK = BH = 15$

ОТВЕТ: 15

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.



$$S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot x + \frac{1}{2} \cdot AD \cdot x = \frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot x$$

$$S_{\text{трап}} = \frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot 2x$$

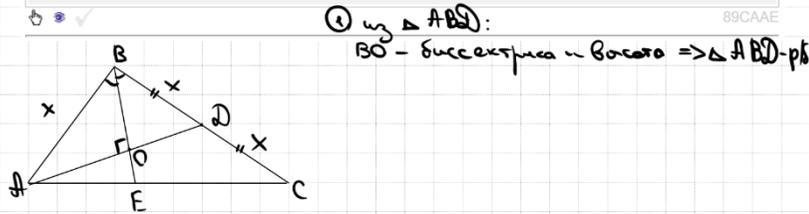
$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot x}{\frac{1}{2} \cdot (BC + AD) \cdot 2x} = \frac{1}{2}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



26

В треугольнике  $ABC$  биссектриса  $BE$  и медиана  $AD$  перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника  $ABC$ .



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ:

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

